

# 屈折率変調形誘電体導波路に対する斜め伝搬波の解析\*

Analysis of Oblique Propagating Waves along Dielectric Waveguides  
with Index-Modulated Gratings

松本 恵 治<sup>1)</sup>

Keiji Matsumoto

## 1. まえがき

周期構造誘電体導波路は種々の興味深い特性を示し、光変調器、モード変換器、光スイッチなどの光集積回路及び光コンピュータへの応用など数多くの分野で必要とされている。このため、その特性の厳密な解析手法は、学問的興味からも実際的な応用からも強く望まれている。これらの周期構造を摂動法を用いて解析する手法は数多く報告されており<sup>[1]-[3]</sup>、また、異方性導波路を含めて散乱問題に対する厳密解法も報告されるようになってきた<sup>[4]-[8]</sup>。しかしながら、摂動法による近似解析以外<sup>[9]-[11]</sup>、斜め伝搬波の一般的な導波問題に関する厳密解析は未だ報告されていない。最近、Peng<sup>[12]</sup>は、格子ベクトルが均一媒質の導波路との境界面に対して垂直方向に存在するグレーティング導波路における斜め伝搬波の導波問題に対する厳密な解析手法を提案しているが、その数値計算結果までは与えられていなかった。

先に、格子ベクトルが任意方向にある3次元散乱問題について、異方性媒質の場合も含めて統一的に解析する厳密解法の定式化が行われており<sup>[4]</sup>、本報告では、その手法を拡張して位相速度、減衰定数、及び格子ベクトルの方向が全く任意である一般的な等方性スラブ導波路の解析手法を定式化している。導波問題の解法は、散乱問題における外部からの入射波が存在しないという条件より非明解を求める問題に帰着でき、その解は導波路領域を構成する仮想的な均一媒質と周期構造媒質との境界条件に依存する特異解である。すなわち、散乱問題では入射波と格子ベクトルの相対的な方向関係のみを考慮すればよいが、複素伝搬定数を求める導波問題では位相速度、減衰定数、及び格子ベクトルの方向を指定する必要がある。従って、位相定数と格子ベクトルの方向により放射あるいは非放射等の様々な特性を有する導波路が形成できる。このことから、文献[12]は、格子ベクトルを固定した導波路における斜め伝搬波の特別な導波問題の解析法として含まれることになる。なお、本質的問題の解明のために等方性媒質の場合についてのみ述べるが、異方性媒質の場合も形式的に比誘電率をテンソル表示に置き換えれば、そのまま適用可能である<sup>[13]</sup>。

数値計算例には、格子ベクトルが仮想均一導波路との境界面に対して垂直であるグレーティング導波路において、洩れ波が生じる場合も含めた斜め伝搬波の特性及び異方性効果としてのTE-TM結合による特異な禁止帯の存在を明らかにしている。

---

\* 平成4年5月 原稿受理

1) 大阪産業大学 工学部

## 2. 問題の設定

問題とする周期構造を有限として扱うと解析方法が非常に複雑になる。しかしながら、波長のオーダーに比べて格子の空間的な広がりには十分に大きいと考えられることから、光波領域における誘電体格子は無限周期構造として取り扱う場合が多い。そこで、図1に示すように任意の3次元方向に周期構造を持つ等方性誘電体格子のスラブ導波路を考える。以下、時間因子には  $\exp(j\omega t)$  を採用し、空間変数  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  を全て波数  $k_0 = 2\pi/\lambda$  ( $\lambda$ : 光波の波長) で規格化し、 $k_0\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}$  ( $k_0x \rightarrow x, k_0y \rightarrow y, k_0z \rightarrow z$ ) と簡略化して定式化を行っている。また、各軸方向の単位ベクトルを  $\mathbf{i}_x, \mathbf{i}_y, \mathbf{i}_z$  とする。領域1、3はそれぞれ比誘電率  $\epsilon_1, \epsilon_3$  の均一等方性媒質、領域2は比誘電率  $\epsilon_2$ 、格子ベクトル  $\mathbf{K} = n_K k_0$  を持つ周期構造の等方性媒質である。

$$\mathbf{n}_K = \mathbf{i}_x p + \mathbf{i}_y q + \mathbf{i}_z s, \quad |\mathbf{n}_K| = n_K = \lambda/\Lambda \quad (\Lambda: \text{格子の周期}) \quad (1)$$

$$p = \lambda/\Lambda_x, \quad q = \lambda/\Lambda_y, \quad s = \lambda/\Lambda_z \quad (2)$$

求める0次伝搬波の規格化波数ベクトル  $\mathbf{n}_0$  を

$$\mathbf{n}_0 = \mathbf{i}_x p_0 + \mathbf{i}_y q_0 + \mathbf{i}_z s_0 \quad (3)$$

と表されるとする。いま、 $z = -\infty$  において均一媒質の導波路と問題としている周期構造媒質の導波路が  $xy$  平面を境界面として接していることを仮定すると、その境界条件より

$$\text{Im}\{q_0\} = 0 \quad (4)$$

すなわち、伝搬波の減衰定数は  $z$  軸方向で最大となりうる。以下の解析では、この座標系を基準にして考えている。よって、規格化位相定数  $q_0$  と  $\text{Re}\{s_0\}$  及び規格化減衰定数  $\text{Im}\{s_0\}$  をもつ斜め伝搬波を考えればよい。

## 3. 周期媒質内の電磁界

格子領域2の比誘電率分布  $\epsilon(\mathbf{r})$  は、媒質の周期性より、 $m$  次の Fourier 係数  $b_m$  を用いて次式のように Fourier 展開できる。

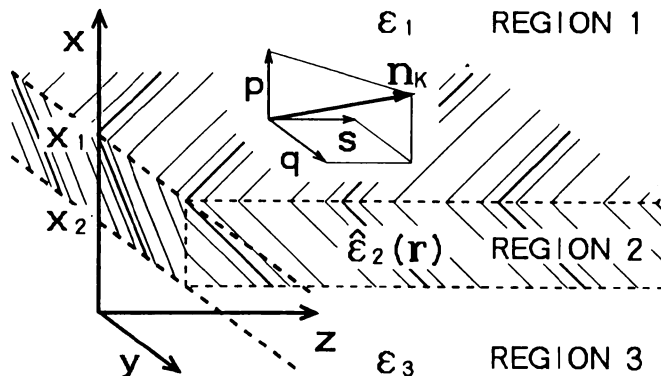


図1 誘電率変調形誘電体導波路の構成

$$\hat{\varepsilon}(\mathbf{r}) = \sum_m b_m \exp(jm\mathbf{n}_K \cdot \mathbf{r}) \quad (5)$$

また、Floquet の定理より、電磁界の各成分  $E_i$ 、 $H_i$  ( $i = x, y, z$ ) は展開係数  $e_{im}(x)$ 、 $h_{im}(x)$  を与えて、空間高調波による展開で表示することができる。

$$\sqrt{Y_0} E_i(\mathbf{r}) = \sum_m e_{im}(x) \exp(-j\mathbf{n}_m \cdot \mathbf{r}) \quad (6)$$

$$\sqrt{Z_0} H_i(\mathbf{r}) = \sum_m h_{im}(x) \exp(-j\mathbf{n}_m \cdot \mathbf{r}) \quad (7)$$

$$\mathbf{n}_m = \mathbf{n}_0 + m\mathbf{n}_K = i_x p_m + i_y q_m + i_z s_m \quad (8)$$

$$p_m = p_0 + mp, \quad q_m = q_0 + mq, \quad s_m = s_0 + ms \quad (9)$$

$$Y_0 = \frac{1}{Z_0} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \quad (10)$$

なお、0次伝搬波の  $x$  軸方向の規格化伝搬定数  $p_0$  は展開係数に含め、後で述べる結合波方程式の固有値  $k_m$  として改めて得られることから、

$$p_0 = 0 \quad (11)$$

と置いて一般性を失わない。

上記の比誘電率分布の展開式(5)及び電磁界の空間高調波展開式(6)、(7)を規格化された空間座標系に対する Maxwell の方程式

$$\text{curl} \sqrt{Y_0} \mathbf{E} = -j \sqrt{Z_0} \mathbf{H} \quad (12)$$

$$\text{curl} \sqrt{Z_0} \mathbf{H} = j \hat{\varepsilon}(\mathbf{r}) \sqrt{Y_0} \mathbf{E} \quad (13)$$

に代入し、 $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm M$  として展開項数を  $(2M + 1)$  項で打ち切ると、行列形式で表した次の1階微分による結合方程式が導出できる<sup>[4]</sup>。

$$\frac{d\mathbf{f}_i(x)}{dx} = j\mathbf{C}\mathbf{f}_i(x), \quad \mathbf{f}_i(x) = \begin{pmatrix} \mathbf{e}_y \\ \mathbf{h}_z \\ \mathbf{e}_z \\ \mathbf{h}_y \end{pmatrix} \quad (14)$$

$$d\mathbf{f}_n(x) = \mathbf{D}\mathbf{f}_n(x), \quad \mathbf{f}_n(x) = \begin{pmatrix} \mathbf{e}_x \\ \mathbf{h}_x \end{pmatrix} \quad (15)$$

ここで、 $\mathbf{f}_i(x)$ 、 $\mathbf{f}_n(x)$  はそれぞれ  $4(2M + 1)$ 、 $2(2M + 1)$  次元の列ベクトルであり、それ

を構成する  $e_i, h_i (i = x, y, z)$  は電磁界の展開係数を要素とする  $(2M + 1)$  次元の列ベクトル

$$e_i = [e_{i(-M)}(x) \cdots e_{i(0)}(x) \cdots e_{i(+M)}(x)]^t \quad (16)$$

$$h_i = [h_{i(-M)}(x) \cdots h_{i(0)}(x) \cdots h_{i(+M)}(x)]^t \quad (17)$$

である。また、係数行列  $C, D$  はそれぞれ  $4(2M + 1) \times 4(2M + 1)$ 、 $4(2M + 1) \times 2(2M + 1)$  の行列

$$C = \begin{pmatrix} [p] & [q][\varepsilon]^{-1}[q] - [1] & [0] & -[q][\varepsilon]^{-1}[s] \\ -[\varepsilon] + [s]^2 & [p] & -[s][q] & [0] \\ [0] & [s][\varepsilon]^{-1}[q] & [p] & -[s][\varepsilon]^{-1}[s] + [1] \\ [q][s] & [0] & [\varepsilon] - [q]^2 & [p] \end{pmatrix} \quad (18)$$

$$D = \begin{pmatrix} [0] & -[\varepsilon]^{-1}[q] & [0] & [\varepsilon]^{-1}[s] \\ -[s] & [0] & [q] & [0] \end{pmatrix} \quad (19)$$

であり、その各小行列は Kroneker  $\delta_{mn}$  等を用いて、

$$[\varepsilon] = [b_{n-m}], \quad [\varepsilon]^{-1} : [\varepsilon] \text{ の逆行列} \quad (20)$$

$$[p] = [p_m \delta_{mn}], \quad [q] = [q_m \delta_{mn}], \quad [s] = [s_m \delta_{mn}] \quad (21)$$

$$[1] : \text{単位行列}, \quad [0] : \text{零行列} \quad (22)$$

のように表される  $(2M + 1)$  次元の正方行列である。

結合波方程式(14)の解法としては、係数行列  $C$  の固有値問題に帰着できる。すなわち、行列  $C$  の固有値を  $\kappa_m$ 、それに対応する固有ベクトルから構成される対角化行列を  $T$  とし、 $4(2M + 1)$  次元の列ベクトル  $g(x)$  を導入して

$$f_i(x) = Tg(x) \quad (23)$$

と変換すると、式(14)の一般解は

$$f_i(x) = T[\delta_{mn} \exp\{j\kappa_m(x - x_0)\}]g(x_0) \quad (24)$$

で与えられる。ここで、 $[\delta_{mn} \exp\{j\kappa_m(x - x_0)\}]$  は  $4(2M + 1)$  次元の対角行列、 $x_0$  は任意の固定点である。 $g(x)$  は次節で述べる平面波の複素振幅という物理的意味をもっているため、格子領域だけでなく外部領域の電磁界においても  $g(x)$  で表現し、その意味づけを行っている。なお、 $f_i(x)$  が求まれば式(15)より  $f_{ii}(x)$  は決定される。

#### 4. 均一媒質内の電磁界

領域 1、3 のような均一媒質であれば、式(21)の小行列 [p] は

$$[p] = [0] \quad (25)$$

であり、また、比誘電率の Fourier 展開は 0 次項のみであるので、式(20)の小行列は [ε] は

$$[\varepsilon] = \varepsilon[\delta_{mn}] \quad (26)$$

となる。その結果、結合波方程式の係数行列 C を構成する小行列はすべて対角行列となり、行列 C に関する  $4(2M+1)$  次元の行列固有値問題は、4 次元の正平方行列  $C_m^u$

$$C_m^u = \begin{pmatrix} 0 & \frac{q_m^2}{\varepsilon} - 1 & 0 & -\frac{q_m s_m}{\varepsilon} \\ -\varepsilon + s_m^2 & 0 & -s_m q_m & 0 \\ 0 & \frac{s_m q_m}{\varepsilon} & 0 & -\frac{s_m^2}{\varepsilon} + 1 \\ q_m s_m & 0 & \varepsilon - q_m^2 & 0 \end{pmatrix} \quad (27)$$

の固有値問題を  $m = -M \sim +M$  まで  $(2M+1)$  回繰り返すことによって求められる。特に、等方性媒質であるので、結合波方程式の係数行列  $C_m^u$  の固有値の列ベクトル  $\kappa$  及び対角化行列 T は、次のような TE 波、TM 波の伝搬方向別の次数順に配列された閉じた表現が可能となる。

$$\kappa = \underbrace{[{}^E \kappa_{-M}^+ \cdots {}^E \kappa_{+M}^+]}_{\text{(前進 TE)}} \underbrace{[{}^M \kappa_{-M}^+ \cdots {}^M \kappa_{+M}^+]}_{\text{(前進 TM)}} \underbrace{[{}^E \kappa_{-M}^- \cdots {}^E \kappa_{+M}^-]}_{\text{(後進 TE)}} \underbrace{[{}^M \kappa_{-M}^- \cdots {}^M \kappa_{+M}^-]}_{\text{(後進 TM)}} \quad (28)$$

$${}^E \kappa_m^\pm = {}^M \kappa_m^\pm = \mp \xi_m, \quad \xi_m = \sqrt{\varepsilon - q_m^2 - s_m^2} \quad (29)$$

$$T = \begin{pmatrix} [s] & \frac{[\xi][q]}{\sqrt{\varepsilon}} & -[s] & \frac{[\xi][q]}{\sqrt{\varepsilon}} \\ [\xi][s] & [q]\sqrt{\varepsilon} & [\xi][s] & -[q]\sqrt{\varepsilon} \\ -[q] & \frac{[\xi][s]}{\sqrt{\varepsilon}} & [q] & \frac{[\xi][s]}{\sqrt{\varepsilon}} \\ [\xi][q] & -[s]\sqrt{\varepsilon} & [\xi][q] & [s]\sqrt{\varepsilon} \end{pmatrix} \quad (30)$$

$$[\xi] = [\delta_{mn} \xi_m] \quad (31)$$

ここで、固有値  $\kappa_m$  の添字 +、- はそれぞれ  $+x$ 、 $-x$  方向の伝搬波を、添字 E、M はそれぞれ TE 波、TM 波を示す。但し、 $m < 0$  で  $\text{Re}\{s_m\} > 0$  に対しては  $\text{Im}\{\xi_m\} > 0$  の improper 波を選ばなければならない<sup>[14]</sup>。

行列 T を構成する小行列はすべて対角行列であるので、固有値  $\kappa_m$  は平面波の  $x$  方向の規格化伝搬定数になる。従って、式(23)の列ベクトル  $g(x)$  の要素  $g_m$  は、伝搬定数  $\kappa_m$  に対応する平面波の複素振幅を表していることになり、 $\kappa_m$  のもつ符号から  $x$  軸方向の伝搬方向がわかる。振幅ベクトル  $g(x)$  の要素  $g_m$  は、規格化伝搬定数  $\kappa_m$  に従って

$$\mathbf{g} = \underbrace{[{}^E g_{-M}^+ \cdots {}^E g_{+M}^+]}_{\text{(前進 TE)}} \underbrace{[{}^M g_{-M}^+ \cdots {}^M g_{+M}^+]}_{\text{(前進 TM)}} \underbrace{[{}^E g_{-M}^- \cdots {}^E g_{+M}^-]}_{\text{(後進 TE)}} \underbrace{[{}^M g_{-M}^- \cdots {}^M g_{+M}^-]}_{\text{(後進 TM)}}^t \quad (32)$$

のような伝搬方向別の次数順に並べることができる。

## 5. 導波問題の解法

領域間の境界面  $x = x_i (i = 1, 2)$  での境界条件としては、空間高調波展開による接線成分を表す電磁界の展開係数ベクトル  $\mathbf{P}(x)\mathbf{f}_i(x)$  の連続性、すなわち

$$\mathbf{f}_{i1}(x_1) = \mathbf{P}(x_1)\mathbf{f}_{i2}(x_1), \quad \mathbf{P}(x_2)\mathbf{f}_{i2}(x_2) = \mathbf{f}_{i3}(x_2) \quad (33)$$

$$\mathbf{P}(x) = \begin{pmatrix} [\hat{p}(x)] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [\hat{p}(x)] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [\hat{p}(x)] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [\hat{p}(x)] \end{pmatrix}, \quad [\hat{p}(x)] = [\delta_{mn} \exp\{-jp_m x\}] \quad (34)$$

が要求される。

また、導波問題では領域 1、3 からの入射波が存在しないので、

$$\mathbf{g}_1^- = \mathbf{g}_3^+ = [0 \cdots 0 \cdots 0 \quad 0 \cdots 0 \cdots 0]^t \quad (35)$$

となる。

上式(33)、(35)の条件より、次式の線形方程式が導出される。

$$\mathbf{T}_1 \begin{pmatrix} \mathbf{g}_1^+(x_1) \\ [0] \end{pmatrix} = \mathbf{P}(x_1)\mathbf{T}_2 \begin{pmatrix} [\delta_{mn} \exp\{j\kappa_{2,m}^+(x_1 - x_2)\}] & [0] \\ [0] & [1] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{g}_2^+(x_2) \\ \mathbf{g}_2^-(x_1) \end{pmatrix} \quad (36)$$

$$\mathbf{P}(x_2)\mathbf{T}_2 \begin{pmatrix} [1] & [0] \\ [0] & [\delta_{mn} \exp\{-j\kappa_{2,m}^-(x_1 - x_2)\}] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{g}_2^+(x_2) \\ \mathbf{g}_2^-(x_1) \end{pmatrix} = \mathbf{T}_3 \begin{pmatrix} [0] \\ \mathbf{g}_3^-(x_2) \end{pmatrix} \quad (37)$$

ここで、未知数  $\mathbf{g}_1^-(x_1)$ 、 $\mathbf{g}_2^-(x_2)$ 、 $\mathbf{g}_2^-(x_1)$ 、及び  $\mathbf{g}_3^-(x_2)$  を選択し、数値計算上のオーバーフローの問題を回避している<sup>[7]</sup>。従って、式(36)、(37)を整理すると、規格化伝搬定数  $s_0$  を決定する次の特性方程式

$$\det.[W] = 0, \quad [W] \begin{pmatrix} \mathbf{g}_1^+(x_1) \\ \mathbf{g}_2^+(x_2) \\ \mathbf{g}_2^-(x_1) \\ \mathbf{g}_3^-(x_2) \end{pmatrix} = [0] \quad (38)$$

が与えられる。

$z$  軸方向に対して  $yz$  平面内の伝搬角  $\theta$  で伝搬する波の  $y$  軸方向の規格化位相定数  $q_0$  は、 $z$  軸方向の規格化位相定数  $Re\{s_0\}$  によって次のように表される。

$$q_0 = Re\{s_0\} \tan \theta \quad (39)$$

従って、式(38)の  $[W]$  は複素数  $s_0$  の関数であるので、2次元のニュートン法等の反復計算法

により、式(39)の束縛条件を満たしながら複素平面  $s_0$  上で  $\det.[W] = 0$  を探索することになる。

伝搬角  $\theta$  で伝搬する波の位相速度方向に関する位相定数  $\beta$  は、 $y$ 、 $z$  軸方向の規格化位相定数  $q_0$ 、 $Re\{s_0\}$  によって次のように表される。

$$\beta/k_0 = \sqrt{q_0^2 + Re\{s_0\}^2} \quad (40)$$

また、洩れ波が存在する場合、減衰定数  $\alpha$  は  $z$  軸方向の規格化減衰定数  $Im\{s_0\}$  を用いて

$$\alpha/k_0 = -Im\{s_0\} \quad (41)$$

と定めることにする。

## 6. 数値計算例

周期構造に図2のような誘電率変調型格子を選び、その格子ベクトルを  $z$  軸方向に固定した垂直格子 ( $p = 0, q = 0$ ) の場合の斜め伝搬波の伝搬特性を解析した。よって、規格化格子ベクトルは  $\mathbf{n}_K = i_2 s$  ( $n_K = \lambda / \Lambda = \lambda / \Lambda_2$ ) となり、その比誘電率分布を

$$\hat{\epsilon}_2(z) = \bar{\epsilon}_2(1 + \delta \cos(n_K z)) \quad (42)$$

とした。ここでは、文献[15]を参考にして各パラメータを  $\bar{\epsilon}_2 = 3.61$ 、 $\delta = 0.08$ 、 $\epsilon_1 = 1.0$ 、 $\epsilon_3 = 2.25$ 、 $d = 2.0 \Lambda / \pi$  ( $x_1 - x_2 = k_0 d$ ) として計算を行った。

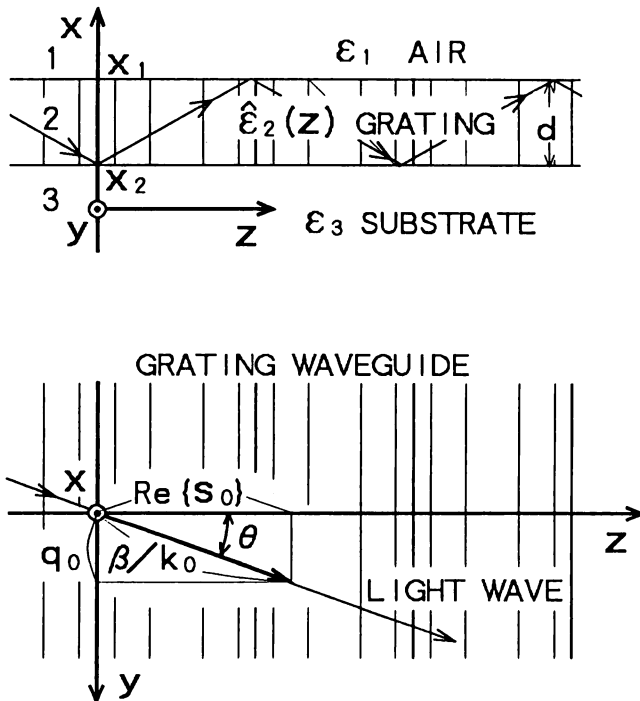


図2 格子に対する斜め伝搬波

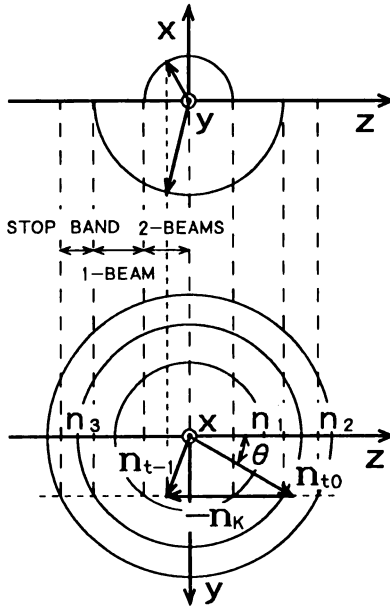
表 1 打ち切り次数  $1/M$  に対する伝搬定数の収束

$\theta = 30^\circ, \Lambda \cos \theta / \lambda = 0.40$

$2M + 1$	TE <sub>0</sub> -like mode		TM <sub>0</sub> -like mode	
	$\beta\Lambda \cos \theta / 2\pi$	$\alpha\Lambda$	$\beta\Lambda \cos \theta / 2\pi$	$\alpha\Lambda$
3	0.66895542942	$2.49522620 \times 10^{-3}$	0.62978372337	$1.72482481 \times 10^{-3}$
5	0.66895532944	$2.49544822 \times 10^{-3}$	0.62978421140	$1.72386258 \times 10^{-3}$
7	0.66895532944	$2.49544865 \times 10^{-3}$	0.62978421145	$1.72386400 \times 10^{-3}$
9	0.66895532944	$2.49544865 \times 10^{-3}$	0.62978421145	$1.72386400 \times 10^{-3}$
11	0.66895532944	$2.49544865 \times 10^{-3}$	0.62978421145	$1.72386400 \times 10^{-3}$
13	0.66895532944	$2.49544865 \times 10^{-3}$	0.62978421145	$1.72386400 \times 10^{-3}$

解の精度に関しては、斜め伝搬角  $\theta = 0^\circ$  のときの文献[15]の結果と十分に一致することを確認している。また、表 1 に  $\theta = 30^\circ, \Lambda \cos \theta / \lambda = 0.40$  のときの展開項数の打ち切り次数 ( $2M + 1$ ) に対する解の収束を示す。以下の伝搬特性の図示には、展開項数  $2M + 1 = 7$  以上であれば十分であることがわかる。

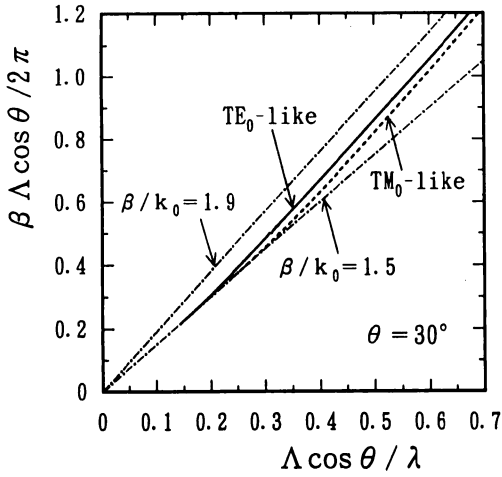
図 4 の(a),(b)は、 $\theta = 30^\circ$  における TE<sub>0</sub>-、TM<sub>0</sub>-like モードについての格子の周期  $\Lambda \cos \theta / \lambda$  に対する位相定数  $\beta\Lambda \cos \theta / 2\pi$  と減衰定数  $\alpha\Lambda$  の特性を示している。減衰定数の変化の様子は、図 3 に示している stop band 及び漏れ波 (1-beam、2-beams) の範囲を明確に表している。このとき、2次元導波問題と異なり、格子の周期変化と共に放射ビームの方向を



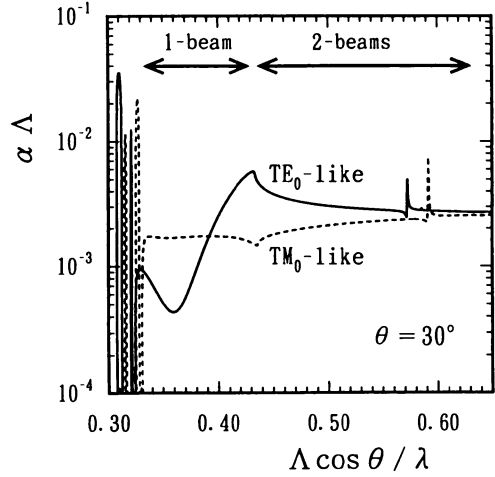
$$\begin{aligned} \mathbf{n}_{t0} &= \mathbf{i}_y q_0 + \mathbf{i}_z \operatorname{Re}\{s_0\}, \quad \mathbf{n}_{t-1} = \mathbf{i}_y q_0 + \mathbf{i}_z \operatorname{Re}\{s_{-1}\}, \quad \mathbf{n}_K = \mathbf{i}_z s \\ n_1 &= \sqrt{\epsilon_1}, \quad n_2 = \sqrt{\epsilon_2}, \quad n_3 = \sqrt{\epsilon_3} \end{aligned}$$

図 3 斜め伝搬波のブラッグ領域及び洩れ波



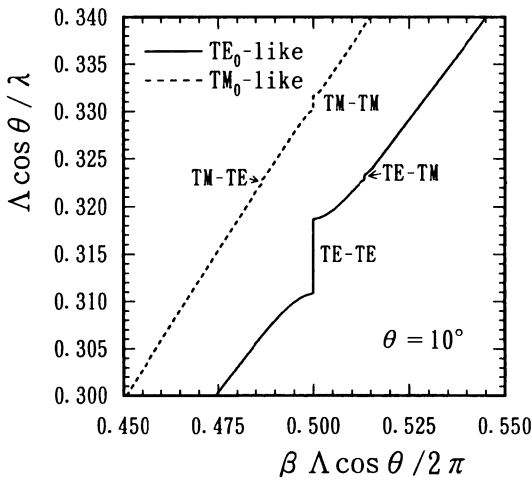


(a) 位相定数  $\beta \Lambda \cos \theta / 2\pi$

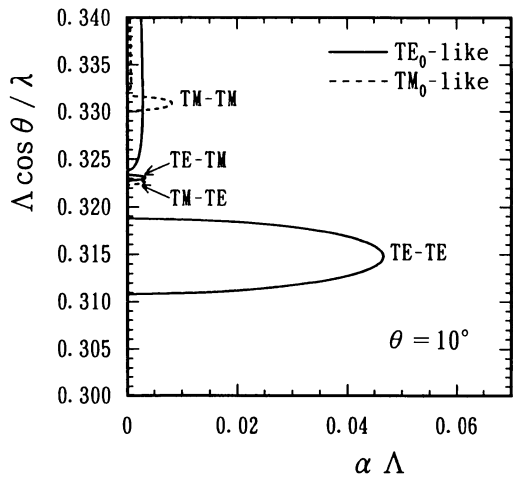


(b) 減衰定数  $\alpha \Lambda$

図4 伝搬角  $\theta = 30^\circ$  における格子の周期  $\Lambda \cos \theta / \lambda$  に対する伝搬特性



(a) 位相定数  $\beta \Lambda \cos \theta / 2\pi$

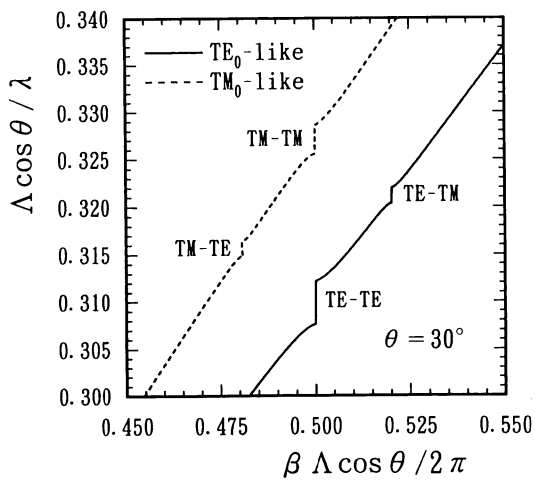


(b) 減衰定数  $\alpha \Lambda$

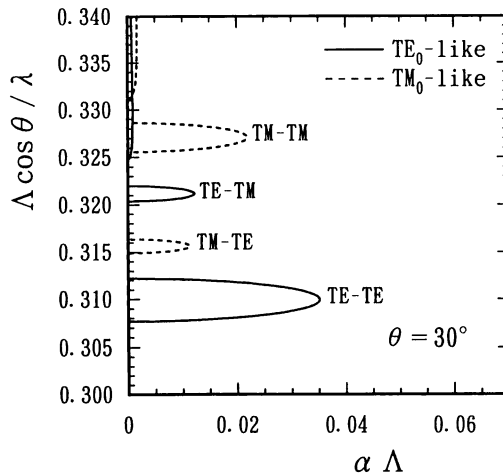
図5 ブラッグ領域における格子の周期  $\Lambda \cos \theta / \lambda$  に対する伝搬特性 ( $\theta = 10^\circ$ )

3次元的に変える。また、図3より明らかになるように $\theta$ の増加に伴い、領域1への放射が消滅し領域3のみへの放射となる。更に放射領域からはずれ、最終的に $\theta = 90^\circ$ では無放射な周期構造導波路が形成されることになる。

図5、6、7の(a)、(b)は、それぞれ $\theta = 10^\circ$ 、 $30^\circ$ 、 $45^\circ$ における stop band を含む範囲の位相定数と減衰定数の特性を示している。 $\theta$ の増加に伴いTE波どうしの結合による stop band での減衰定数は減少し、 $\theta = 45^\circ$ のときにモード間の電界が直交することから stop band は現れなくなる。逆に、TE波とTM波の間及びTM波どうしの結合による stop band での減衰定数は増加し、 $\theta = 45^\circ$ のときに結合度が最大となる。

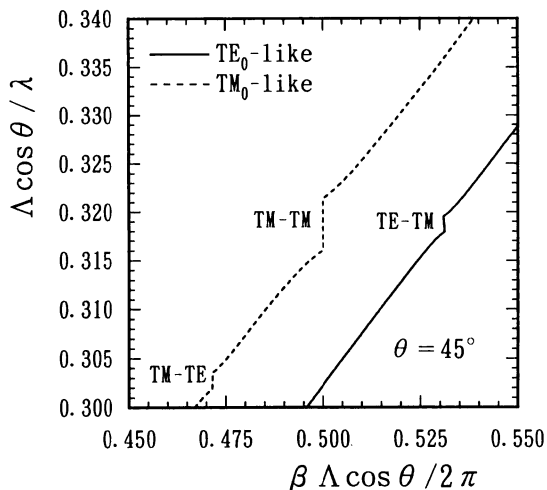


(a) 位相定数  $\beta \Lambda \cos \theta / 2\pi$

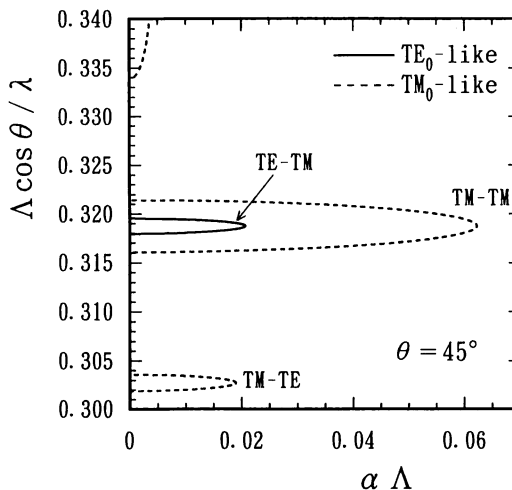


(b) 減衰定数  $\alpha \Lambda$

図6 ブラッグ領域における格子の周期  $\Lambda \cos \theta / \lambda$  に対する伝搬特性 ( $\theta = 30^\circ$ )



(a) 位相定数  $\beta \Lambda \cos \theta / 2\pi$



(b) 減衰定数  $\alpha \Lambda$

図7 ブラッグ領域における格子の周期  $\Lambda \cos \theta / \lambda$  に対する伝搬特性 ( $\theta = 45^\circ$ )

## 7. むすび

減衰定数が最大となりうる方向を基準にして、位相速度と格子ベクトルの方向が任意である一般的な等方性スラブ導波路の解析について、空間高調波展開による手法によって定式化を行った。一般的な3次元導波問題の解は、3次元散乱問題における入射条件を束縛条件に置き換え最大減衰定数の方向を固定し、上下の半無限領域からの入射波が無く、更に位相速度と格子ベクトルの方向に依存した特異解である。従って、位相速度方向と格子ベクトル方向のなす交角により、放射方向が3次的になり放射領域も変化する。例えば、 $-1$ 次波が、 $n_K$ の値に関わらず無放射、領域3のみへの放射、領域1、3への放射となるような様々な特性を有する周期構造導波路が存在することになる。数値計算例としては、誘電率変調型の垂直格子の場合の構造の下で、洩れ波が存在する場合も含めて斜め伝搬波の特性及びTE-TM結合によって生じる禁止帯の存在を示した。今後、任意形状のレリーフ型格子も含めて格子ベクトルが任意の3次元方向に向いた一般的な構造についての数値計算を行っていく。

## 参考文献

- [1] D. Marcuse: IEEE J. Quantum Electron, QE-11, pp. 759 (1977).
- [2] K. Araki and T. Itoh: IEEE Trans. Microwave theory Tech., MTT-29, pp. 911 (1981).
- [3] S. Erkin, N. S. Chang, H. Maheri and M. Tsutsumi: IEEE Trans. Microwave theory Tech., MTT-36, pp. 568 (1988).
- [4] K. Rokushima and J. Yamakita: J. Opt. Soc. Am., 73, pp. 901 (1983).
- [5] R. Petit and G. Tayeb: SPIE Proc., 815, pp. 11 (1987).
- [6] E. N. Glytsis and T. K. Gaylord: J. Opt. Soc. Am., A4, pp. 2061 (1987).
- [7] 山北、松本、森、六島: 信学論 (C-I)、J73-C-I, pp. 1 (1990).
- [8] J. Yamakita, K. Matsumoto and K. Rokushima: SPIE Proc., 1319, ICO-15, pp. 337 (1990).
- [9] K. Wagatsuma, H. Sakai, and S. Saito: IEEE J. Quantum Electron, QE-15, pp. 632 (1979).
- [10] J. Van Roey, and P. E. Lagasse: Appl. Opt., 20, pp. 423 (1981).
- [11] G. I. Stegeman, D. Sarid, J. J. Burke, and D. G. Hall: J. Opt. Soc. Am. 71, pp. 1497 (1981).
- [12] S. T. Peng: J. Opt. Soc. Am., A6, pp. 1869 (1989).
- [13] 松本、六島、山北: 輻射科学研資、RS91-17 (1992).
- [14] R. E. Collin and F. J. Zucker, Eds: Antenna Theory, part 2. McGraw-Hill, Chapter 19 (1969).
- [15] 山崎、日向、細野、稲川: 電学研資、EMT-87-54 (1987).